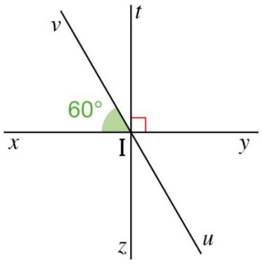
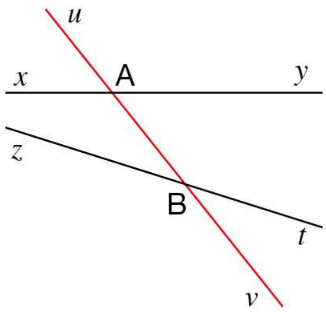
Exercices corrigés sur les angles et le parallélisme

Exercice 1 : Les droites (xy), (tz), (uv) sont concourantes en I. Donner la mesure de chacun des angles :



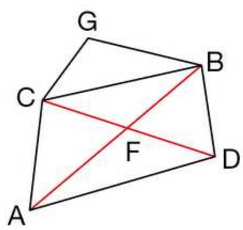
1. $\widehat{vIt}$
2. $\widehat{xIz}$
3. $\widehat{zIu}$
4. $\widehat{uIy}$

Exercice 2 : Tracer cette figure à main levée et coder :



1. deux angles alternes-internes, en rouge ;
2. deux angles opposés par leur sommet commun A, en bleu ;
3. deux angles dont la somme des mesures est 180°, en vert.

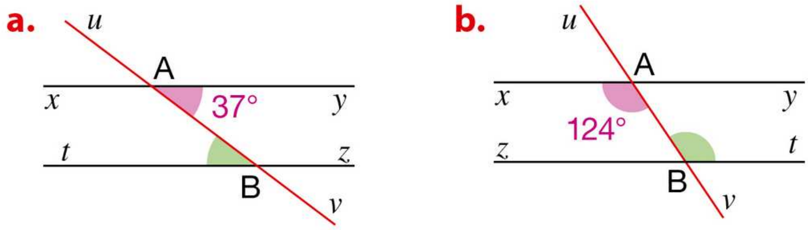
Exercice 3 : Les diagonales du quadrilatère $ACBD$ se coupent en F.



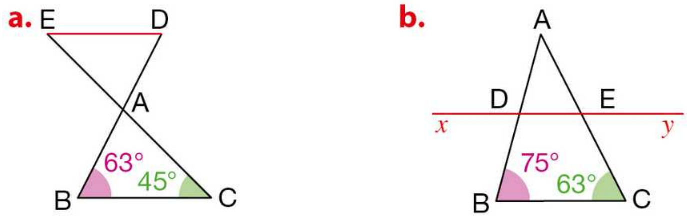
Recopier et compléter chaque phrase par : *sont alternes-internes, sont opposés par le sommet, ont 180° pour somme de leurs mesures.*

1. $\widehat{CFB}$ et $\widehat{AFD}$ ...
2. $\widehat{CFB}$ et $\widehat{AFC}$ ...
3. $\widehat{CAB}$ et $\widehat{FBD}$ ...
4. $\widehat{GCB}$ et $\widehat{ABC}$ ...
5. $\widehat{BFD}$ et $\widehat{AFC}$ ...
6. $\widehat{ACD}$ et $\widehat{CDB}$ ...

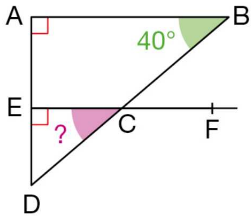
Exercice 4 : Les droites (xy) et (tz) sont parallèles. La droite (uv) coupe (xy) en A et (tz) en B. Dans chaque cas, donner la mesure de l'angle $\widehat{tBu}$ en citant la propriété utilisée.



Exercice 5 : Dans chaque cas, les droites (BC) et (DE) sont parallèles, les droites (BD) et (CE) se coupent en A. Déterminer la mesure de chacun des angles $\widehat{ADE}$ et $\widehat{AED}$.

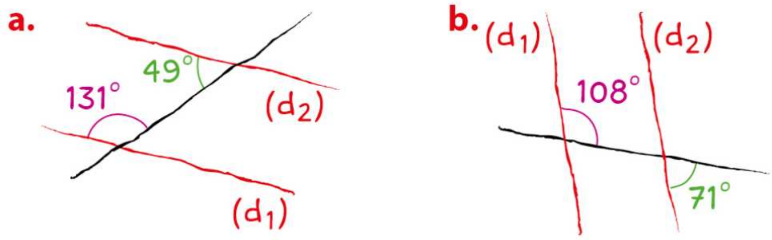


Exercice 6 : Les droites (BD) et (EF) se coupent en C.

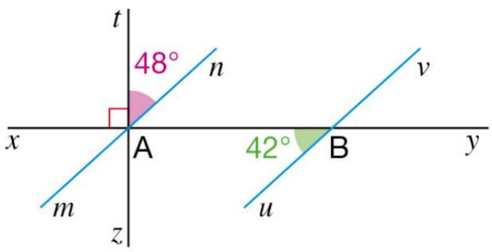


1. Expliquer pourquoi les droites (AB) et (CE) sont parallèles.
2. Peut-on trouver la mesure de l'angle $\widehat{ECD}$? Expliquer.

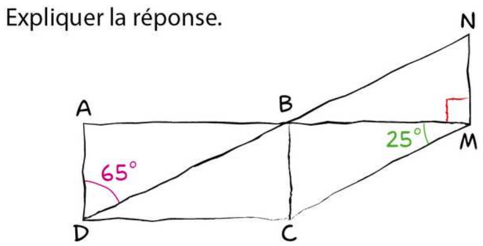
Exercice 7 : Dans chaque cas, la figure est à main levée. Dire si les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles en expliquant la réponse.



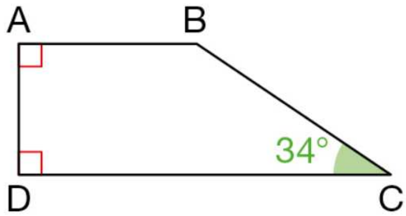
Exercice 8 : Les droites (xy), (tz) et (mn) sont concourantes en A. Les droites (mn) et (uv) sont-elles parallèles ?



Exercice 9 : Cette figure à main levée représente un rectangle $ABCD$. De plus, les points A, B, M sont alignés ainsi que les points D, B, N. Quelle est la nature du quadrilatère $BCMN$? Expliquer la réponse.

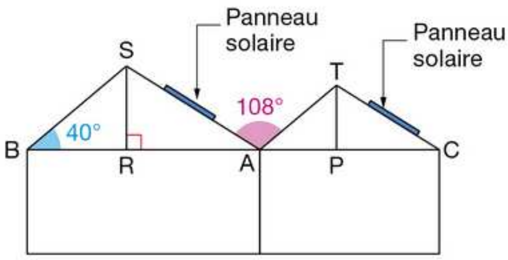


Exercice 10 : $ABCD$ est un trapèze rectangle. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.



newpage

Exercice 11 : Les pans des toits $[SA]$ et $[TC]$ du collège de Romain sont parallèles ainsi que les pans $[SB]$ et $[TA]$. La pente du toit $[SA]$ est l'angle que $[SA]$ fait avec l'horizontale, c'est-à-dire l'angle $\widehat{SAB}$. De même la pente du toit $[TC]$ est l'angle $\widehat{TCA}$. Voici un croquis du collège.



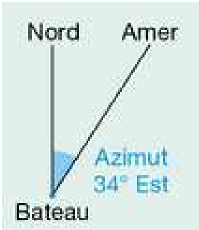
Pour installer des panneaux solaires, l'idéal est d'avoir une pente de toit comprise entre 30° et 35°. Peut-on installer des panneaux solaires sur les pans $[SA]$ et $[TC]$ du collège de Romain ?

Exercice 12 : Alban et Mathilde font du bateau. Ils souhaitent marquer leur position sur une carte marine. Ils relèvent, chacun à leur tour, la position du bateau à l'aide d'un compas de relèvement. Aider Alban et Mathilde à marquer leur position sur la carte.

Doc 1 : Extrait de la carte marine du Morbihan

Doc 2 : Amers et azimuts

Un amer est un repère visuel, par exemple un phare ou une bouée. Un azimut est l'angle que fait la droite passant par le bateau et un amer avec le Nord.

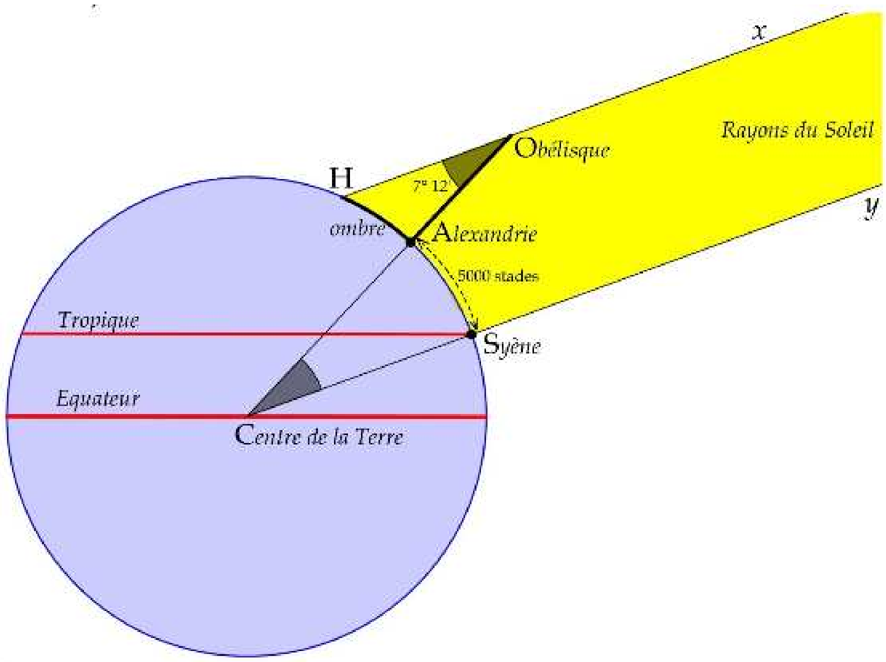


newpage

Doc 3 : Les relevés

Alban prend pour amer le Pylône radio et trouve un azimut de 26° Est. Mathilde prend pour amer la tourelle La Truie et trouve un azimut de 78° Est.

Exercice 13 : Au III^{e} siècle avant Jésus-Christ, le mathématicien Grec Eratosthène réussit à évaluer le périmètre de la Terre. Il observa que le jour du solstice d'été, à midi, les rayons du soleil éclairaient le fond des puits à Syène, tandis qu'au même moment à Alexandrie un obélisque formait une ombre. Ainsi, les rayons du Soleil étaient à la verticale à Syène et au même moment inclinés de 7°12' (soit 7,2°) avec la verticale à Alexandrie. Eratosthène savait que la distance entre les deux villes était de 5 000 stades (1 stade ≈ 157,5 mètres) ; il supposa de plus que ces deux villes étaient situées sur le même méridien et que les rayons du soleil étaient parallèles.

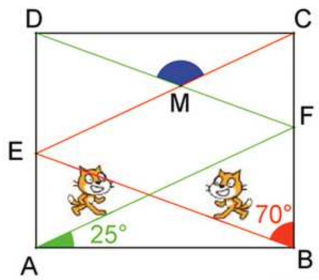


1. Comment Eratosthène démontra que :
$$\widehat{ACS} = \widehat{AOH}$$
2. Eratosthène fit ensuite un raisonnement de proportionnalité : *la distance entre les parallèles séparant les villes est proportionnelle à la mesure de l'angle dont le sommet est au centre de la Terre.*
Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

Angles (en °)		
Distances (km)		

3. En déduire quel est le périmètre de la Terre trouvé par Eratosthène. Aujourd'hui on estime ce périmètre à 40 070 km.

Défi : Ces deux lutins se déplacent à l'intérieur du rectangle $ABCD$ en suivant des chemins qui sont parallèles par morceaux.

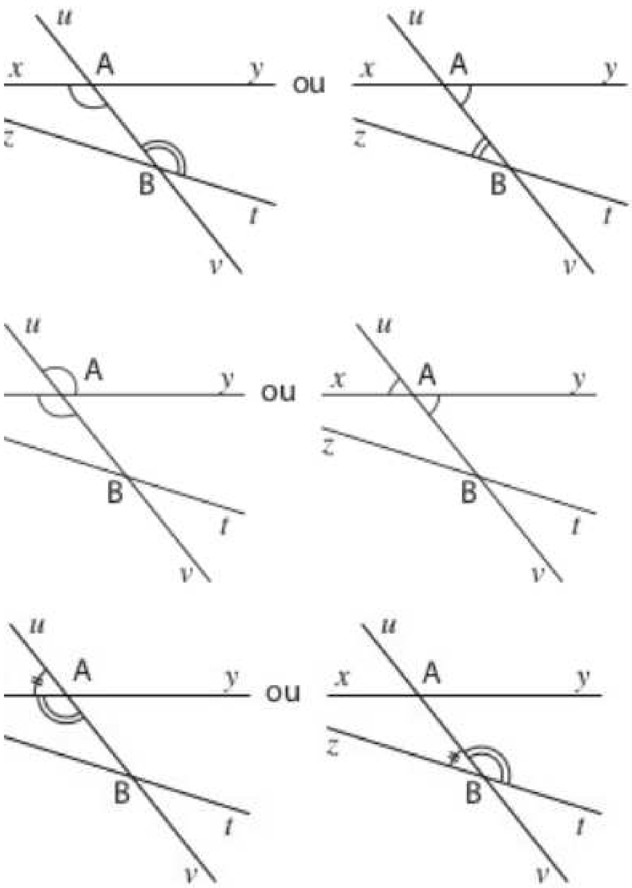


Calculer la mesure de l'angle $\widehat{DMC}$.

Correction exercice 1 :

1. $\widehat{vIt} = 90° - 60° = 30°$
2. $\widehat{xIz} = 90°$
3. $\widehat{zIu} = 30°$ car les angles $\widehat{vIt}$ et $\widehat{zIu}$ sont opposés par le sommet.
4. $\widehat{uIy} = 60°$ car les angles $\widehat{xIv}$ et $\widehat{uIy}$ sont opposés par le sommet.

Correction exercice 2 :



Correction exercice 3 :

1. $\widehat{CFB}$ et $\widehat{AFD}$ sont opposés par le sommet.
2. $\widehat{CFB}$ et $\widehat{AFC}$ ont 180° pour somme de leurs mesures.
3. $\widehat{CAB}$ et $\widehat{FBD}$ sont alternes-internes.

4. $\widehat{GCB}$ et $\widehat{ABC}$ sont alternes-internes.
5. $\widehat{BFD}$ et $\widehat{AFC}$ sont opposés par le sommet.
6. $\widehat{ACD}$ et $\widehat{CDB}$ sont alternes-internes.

Correction exercice 4 :

1. Les droites (xy) et (tz) sont parallèles donc les angles alternes-internes $\widehat{vAy}$ et $\widehat{tBu}$ sont de même mesure. Donc $\widehat{tBu} = \widehat{vAy} = 37°$
2. Les droites (xy) et (tz) sont parallèles donc les angles alternes-internes $\widehat{xAv}$ et $\widehat{tBu}$ sont de même mesure. Donc $\widehat{tBu} = \widehat{xAv} = 124°$

Correction exercice 5 :

1. Les droites (ED) et (BC) sont parallèles donc les angles alternes-internes $\widehat{EDA}$ et $\widehat{ABC}$ ainsi que les angles alternes-internes $\widehat{AED}$ et $\widehat{ACB}$ sont de même mesure. Donc :
   - $\widehat{ADE} = \widehat{ABC} = 63°$
   - $\widehat{AED} = \widehat{ACB} = 45°$
2. Les droites (ED) et (BC) sont parallèles donc les angles correspondants $\widehat{EDA}$ et $\widehat{ABC}$ ainsi que les angles correspondants $\widehat{AED}$ et $\widehat{ACB}$ sont de même mesure. Donc :
   - $\widehat{ADE} = \widehat{ABC} = 75°$
   - $\widehat{AED} = \widehat{ACB} = 63°$

Correction exercice 6 :

1. Les droites (AB) et (EF) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (AD).
   Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors ces deux droites sont parallèles entre elles.
   Donc les droites (AB) et (CE) sont parallèles.
2. Les droites (AB) et (CE) sont parallèles donc les angles correspondants $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ECD}$ sont de même mesure.
   Donc $\widehat{ECD} = \widehat{ABC} = 40°$

Correction exercice 7 :

1. $180° - 131° = 49°$. Donc on a bien des angles alternes-internes de même mesure. Donc les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.
2. $180° - 71° = 109°$. Donc les angles alternes-internes ne sont pas de même mesure. Donc les droites (d_1) et (d_2) ne sont pas parallèles.

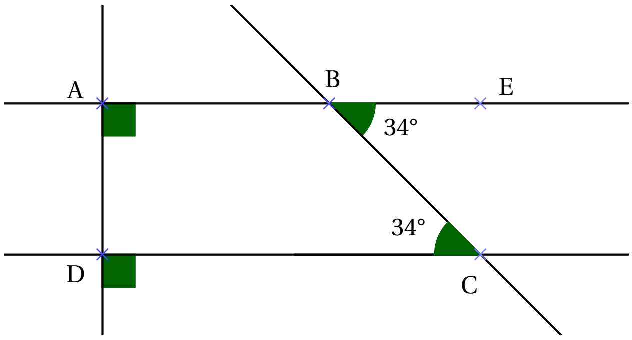
Correction exercice 8 :
$\widehat{nAy} = 90° - 48° = 42°$.
Ainsi les angles alternes-internes $\widehat{nAy}$ et $\widehat{xBu}$ ont la même mesure. On en déduit que les droites (mn) et (uv) sont parallèles.

Correction exercice 9 :
Les droites (AD) et (BC) sont parallèles car $ABCD$ est un rectangle donc les angles alternes-internes $\widehat{ADB}$ et $\widehat{DBC}$ ont la même mesure.
Donc $\widehat{DBC} = 65°$.
Donc $\widehat{ABD} = 90° - 65° = 25°$.
Donc $\widehat{NBM} = \widehat{ABD} = 25°$ car ce sont deux angles opposés par le sommet.
Ainsi, les angles alternes-internes $\widehat{NBM}$ et $\widehat{BMC}$ ont la même mesure.
Les droites (CM) et (BN) sont donc parallèles.

Les droites (BC) et (MN) étant toutes les deux perpendiculaires à la droite (AM), elles sont également parallèles.
Le quadrilatère $BNMC$ a donc ses côtés opposés parallèles, c'est un parallélogramme.

Correction exercice 10 :

Les droites (AB) et (DC) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (AD).
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors ces deux droites sont parallèles.
Donc les droites (AB) et (DC) sont parallèles.



Les angles alternes-internes $\widehat{BCD}$ et $\widehat{CBE}$ sont donc de même mesure. Ainsi :
$\widehat{ABC} = 180° - 34° = 146°$.

Correction exercice 11 :

Les droites (SB) et (TA) sont parallèles donc les angles alternes-internes $\widehat{SBA}$ et $\widehat{TAC}$ ont la même mesure.
Donc $\widehat{TAC} = 40°$.
Donc $\widehat{SAB} = 180° - 108° - 40° = 32°$.
Les droites (SA) et (TC) sont également parallèles donc les angles alternes-internes $\widehat{SAB}$ et $\widehat{TCA}$ ont la même mesure.
Donc $\widehat{TCA} = \widehat{SAB} = 32°$.
La pente du toit étant comprise entre 30° et 35°, on pourra installer des panneaux solaires.