Correction du brevet de mathématiques Amérique du Nord juin 2022

Exercice 1 :

1. Le triangle MHS est rectangle en H.
   D'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned} MS^2 &= MH^2 + HS^2 \\ (13\text{ cm})^2 &= (5\text{ cm})^2 + HS^2 \\ 169\text{ cm}^2 &= 25\text{ cm}^2 + HS^2 \\ HS^2 &= 169\text{ cm}^2 - 25\text{ cm}^2 \\ HS^2 &= 144\text{ cm}^2 \\ HS &= \sqrt{144\text{ cm}^2} \\ HS &= 12\text{ cm} \end{aligned}$$

2. Les droites (HS) et (AT) sont perpendiculaires à la droite (HT). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles. Donc les droites (HS) et (AT) sont parallèles.
   De plus, les droites (AS) et (HT) sont sécantes en M.
   D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{HS}{AT} = \frac{HM}{MT} = \frac{MS}{MA}$$

$$\frac{12\text{ cm}}{AT} = \frac{5\text{ cm}}{7\text{ cm}} = \frac{13\text{ cm}}{MA}$$

$$AT = \frac{12\text{ cm} \times 7\text{ cm}}{5\text{ cm}}$$

$$AT = 16,8\text{ cm}$$

3. Le triangle MHS est rectangle en H.

$$tan(\widehat{HMS}) = \frac{HS}{HM}$$

$$tan(\widehat{HMS}) = \frac{12\text{ cm}}{5\text{ cm}}$$

$$\widehat{HMS} \approx 67°$$

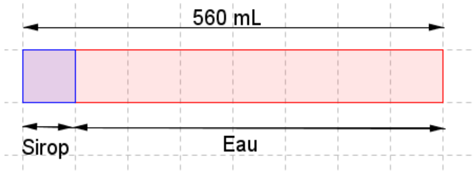
   (en tapant arctan(12 :5) à la calculatrice)

4. L'homothétie de centre M et de rapport $-\dfrac{7}{5} = -1,4$ permet d'obtenir le triangle MAT à partir du triangle MHS.

5. Cet élève a tort : si les longueurs sont multipliées par $1,4$ alors les aires seront multipliées par $1,4^2 = 1,96$.

Exercice 2 :

1. Il y a 5 issues possibles (obtenir 1, 2, 3, 4 ou 5). La probabilité pour que le numéro tiré soit inférieur ou égal à 5 est $\dfrac{5}{20} = \dfrac{5 \div 5}{20 \div 5} = \dfrac{1}{4}$.
   La réponse correcte est la réponse B.
2. Le schéma résumant la situation :

   D'après le schéma ci-dessus, 1 brique unité vaut :
   $$560 \text{ mL} \div 8 = 70 \text{ mL}$$
   La quantité d'eau pour préparer cette boisson est donc égale à :
   $$70 \text{ mL} \times 7 = 490 \text{ mL}$$
   La réponse correcte est la réponse D.
3. Les réponses A et D sont à éliminer car les fonctions proposées sont de la forme $ax + b$ avec $b \neq 0$ donc ne sont pas linéaires.
   Calculons l'image de $\dfrac{4}{5}$ par les deux autres fonctions :
   Avec celle de la réponse B : $f(\dfrac{4}{5}) = \dfrac{4}{5} \times \dfrac{4}{5} = \dfrac{16}{25} \neq 1$
   Avec celle de la réponse C : $f(\dfrac{4}{5}) = \dfrac{5}{4} \times \dfrac{4}{5} = \dfrac{20}{20} = 1$
   La réponse correcte est la réponse C.
4. 39 et 65 ne sont pas des nombres premiers donc ces deux décompositions ne conviennent pas.
   L'expression de la réponse C n'est pas un produit.
   Par élimination des autres choix, la réponse correcte est donc la réponse B : $195 = 3 \times 5 \times 13$.
5. Ce prisme droit à une base triangulaire et une hauteur de 8 cm.
   $V_{\text{prisme droit}} = A_{\text{base}} \times h = \dfrac{3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}}{2} \times 8 \text{ cm} = 60 \text{ cm}^3$.
   La réponse correcte est la réponse B.

Exercice 3 :

1. Calculons 81% de 1,6 million :

$$\frac{81}{100} \times 1{,}6 \text{ million} = 0{,}81 \times 1{,}6 \text{ million} = 1{,}296 \text{ million}$$

   Ainsi, sur les 1,6 million d'adolescents de 11 à 17 ans interrogés, 1,296 million ne respectent pas cette recommandation.

2. (a) Étendue de ces 14 durées : 1 h 40 min – 0 min = 1 h 40 min.

   (b) Il y a 14 valeurs dans cette série. Rangeons les dans l'ordre croissant :
   0 min – 15 min – 15 min – 30 min – 30 min – 40 min – 50 min – 1 h – 1 h – 1 h – 1 h – 1 h 30 min – 1 h 30min – 1 h 40 min.
   La médiane est donc la moyenne de la 7$^{\text{ème}}$ valeur qui est 50 min et de la 8$^{\text{ème}}$ valeur qui est 1 h = 60 min :

$$\frac{50 \text{ min} + 60 \text{ min}}{2} = 55 \text{ min}$$

3. (a) Calculons la durée quotidienne moyenne qu'il consacre à sa pratique physique :

$$\frac{0 \text{ min} + 15 \text{ min} \times 2 + 30 \text{ min} \times 2 + 40 \text{ min} + 50 \text{ min} + 60 \text{ min} \times 4 + 90 \text{ min} \times 2 + 100 \text{ min}}{14} = 50 \text{ min}$$

   Ainsi, cet adolescent fait moins d'une heure de pratique physique par jour en moyenne, il n'a donc pas atteint son objectif.

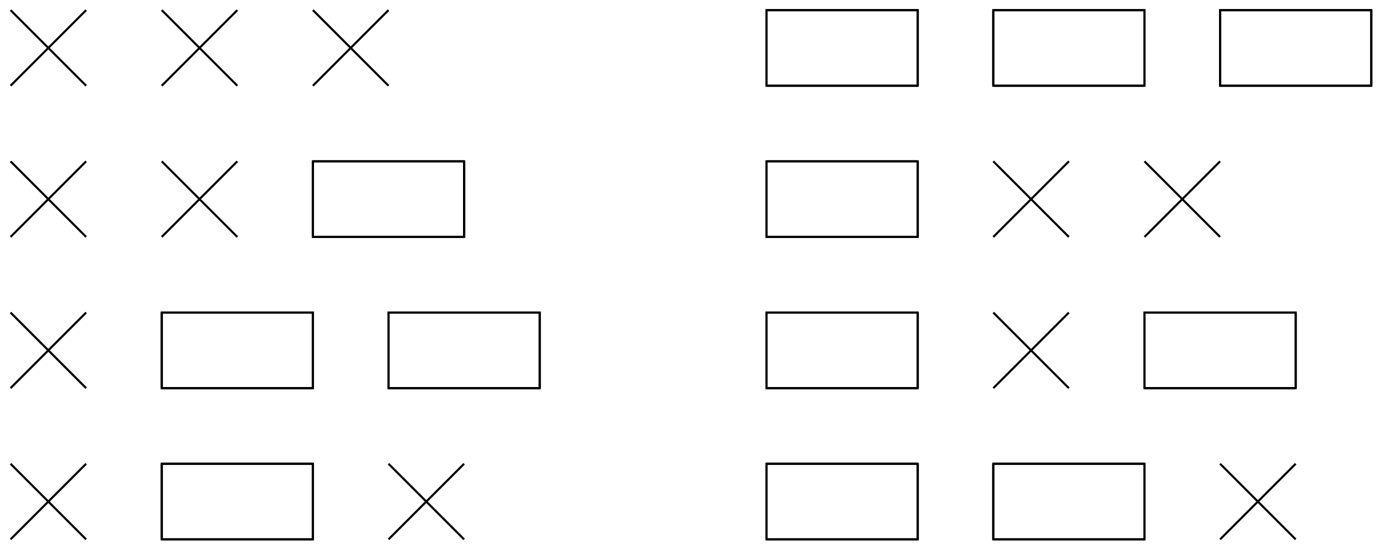
   (b) Soit x la durée minimale à consacrer à sa pratique sportive pendant les 7 jours suivants pour atteindre son objectif. La durée totale qu'il consacrera à sa pratique sportive durant ces 21 jours sera alors $14 \times 50 \text{ min} + 7x$. Il faut que la moyenne des durées soit supérieure à 60 minutes et donc il faut résoudre l'inéquation :

$$\begin{aligned}
\frac{14 \times 50 + 7x}{21} &\geq 60 \\
\frac{700 + 7x}{21} \times 21 &\geq 60 \times 21 \\
700 + 7x &\geq 1\,260 \\
700 + 7x - 700 &\geq 1\,260 - 700 \\
7x &\geq 560 \\
\frac{7x}{7} &\geq \frac{560}{7} \\
x &\geq 80
\end{aligned}$$

   Il doit donc consacrer 80 minutes (c'est à dire 1 h 20 min) à sa pratique sportive sur les 7 jours suivants pour atteindre son objectif.

Exercice 4 :

1. 60 pas étant le triple de 20 pas et 80 pas étant le quadruple de 20 pas, il faut tracer un rectangle de largeur 1 cm × 3 = 3 cm et de longueur 1 cm × 4 = 4 cm.
2. d = 100 pas – 60 pas = 40 pas (instruction 9 du programme principal - largeur du rectangle).
3. L'instruction 5 du programme principal fait choisir un nombre entier au hasard qui est soit 1 soit 2. Si le nombre choisi est 1 le programme trace une croix (instruction 6) sinon le programme trace un rectangle (instruction 8). Cela revient donc à effectuer un tirage aléatoire entre deux boules, l'une numérotée 1 et l'autre 2. La probabilité que le premier motif soit une croix est donc $\frac{1}{2}$.
4. Les 8 affichages différents que l'on pourrait obtenir avec le programme principal. Attention l'échelle n'est pas respectée...



5. Le joueur gagne si l'affichage obtenu comporte 3 motifs identiques (donc 3 croix ou 3 rectangles). D'après la question précédente, la probabilité qu'il gagne est donc de $\frac{2}{8}$.
6. Voici l'instruction corrigée :

nombre aléatoire entre 1 et 3 = 1

La probabilité d'obtenir une croix est alors de $\frac{1}{3}$ et la probabilité d'obtenir un rectangle est alors de $\frac{2}{3}$.

Exercice 5 :

Partie A

1. On choisit comme nombre de départ 15 :
   - 15
   - $15^2 = 225$
   - $225 + 15 = 240$

   En choisissant 15 on obtient bien 240.
2. $= A2^2 + A2$
3. En choisissant x comme nombre de départ, on obtient :
   - x
   - x^2
   - $x^2 + x$

   Une expression du résultat obtenu avec ce programme de calcul en fonction de x est : $x^2 + x$.

Partie B

1. En choisissant 9 on obtient :
   - 9
   - $9^2 = 81$
   - $81 + 9 = 90$

   Or, $90 = 9 \times 10$ et 10 est bien l'entier qui suit 9. Cette affirmation est donc vraie lorsque le nombre entier de départ est 9.
2. Factorisons par x l'expression obtenue dans la partie A afin de démontrer cette affirmation :

   $$x^2 + x = x \times x + x \times 1 = x(x+1)$$

   Or $x + 1$ est bien l'entier qui suit l'entier x. L'affirmation est donc démontrée : pour obtenir le résultat du programme de calcul, il suffit de multiplier le nombre **entier** de départ par le nombre entier qui suit.
3. Ce programme de calcul revient donc à choisir un nombre entier et à le multiplier par l'entier qui le suit. L'un de ces nombres est pair et l'autre impair : en effet, si l'on choisit un nombre pair, l'entier qui suit sera impair et si l'on choisit un nombre impair l'entier qui suit sera pair. Il faut donc montrer que le produit d'un nombre pair par un nombre impair est pair :
   Je choisis un nombre pair, je le note $2n$ car un nombre pair est un multiple de 2.
   L'entier qui suit s'écrit alors $2n + 1$.
   Le produit de ces deux nombres s'écrit alors :

   $$2n \times (2n+1) = 2 \times n \times (2n+1)$$

   Ce nombre est donc un multiple de 2 car il s'écrit sous la forme $2 \times [n \times (2n+1)]$. Il est donc pair. L'affirmation est ainsi démontrée.