Correction du brevet de mathématiques centres étrangers juin 2022

Exercice 1 :

Partie A :

1. Le fonction f est une fonction affine. Son ordonnée à l'origine est 3 donc elle coupe l'axe des ordonnées en 3. On peut donc éliminer la réponse C. Son coefficient directeur étant 2, la bonne réponse est la réponse A. (Réponse B : $f(x) = 3$).
2. $f(-2) = 2 \times (-2) + 3 = -4 + 3 = -1$. L'image de -2 par la fonction f est donc -1. La bonne réponse est la réponse B.
3. La bonne réponse est la réponse B.

Partie B :

1. $(2x-1)(3x+4) - 2x = 2x \times 3x + 2x \times 4 - 1 \times 3x - 1 \times 4 - 2x = 6x^2 + 8x - 3x - 4 - 2x = 6x^2 + 3x - 4$
2. Vérifions si ce triangle est rectangle :

$$\begin{aligned} DE^2 &= (5,5\text{ cm})^2 \\ &= 30,25\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CD^2 + CE^2 &= (3,6\text{ cm})^2 + (4,2\text{ cm})^2 \\ &= 12,96\text{ cm}^2 + 17,64\text{ cm}^2 \\ &= 30,6\text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Donc $CD^2 + CE^2 \neq DE^2$. L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc le triangle CED n'est pas rectangle.

Exercice 2 :

1. (a) $\dfrac{166\text{ km} + 188\text{ km} + 187,5\text{ km} + 200\text{ km} + 202,5\text{ km} + 119,5\text{ km} + 93\text{ km}}{7} = \dfrac{1\,156,5\text{ km}}{7} \approx 165,2\text{ km}$ La distance moyenne parcourue par étape est d'environ $165,2l$ km.

   (b) Rangeons les valeurs de la série dans l'ordre croissant :

   93 km – 119,5 km – 166 km – 187,5 km – 188 km – 200 km – 202,5 km

   Il y a 7 valeurs dans cette série, la médiane est donc la $4^{ème}$ valeur c'est à dire 187,5 km.

(c) Étendue de la série : $202,5$ km – 93 km = $109,5$ km.

2. Calculons le pourcentage des étapes au profil accidenté :

Étapes au profil accidenté	4	x
Nombre total d'étapes	7	100

Ainsi :

$$x = \frac{4 \times 100}{7} \approx 57$$

Le journaliste a donc raison, environ 57 % du nombre total d'étapes de cette édition se sont déroulées sur un parcours accidenté.

3. 30 h 12 min – 28 h 50 min = 1 h 22 min.
Le dernier au classement a donc accumulé un retard de 1 h 22 min par rapport au vainqueur.

4. $v = \frac{d}{t} = \frac{166 \text{ km}}{3 \text{ h } 51 \text{ min}} = \frac{166 \text{ km}}{231 \text{ min}} = \frac{166}{231}$ km/min
Convertissons cette vitesse en km/h en utilisant un tableau de proportionnalité :

Distance (en km)	$\frac{166}{231}$	y
Temps (en min)	1	60

$$y = \frac{\frac{166}{231} \times 60}{1} \approx 43$$

Sa vitesse moyenne en km/h était d'environ 43 km/h sur cette étape.

Exercice 3 :

1. Le triangle ABC est rectangle en B :

$$\begin{aligned} cos(\widehat{CAB}) &= \frac{AB}{AC} \\ cos(60°) &= \frac{AB}{8 \text{ cm}} \\ AB &= cos(60°) \times 8 \text{ cm} \\ AB &= 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

2. Les droites (DB) et (CE) sont sécantes en A.
   Les points D, A, B et E, A, C sont alignés dans le même ordre.

$$\left.\begin{array}{ccccc} \dfrac{AB}{AD} & = & \dfrac{4\text{ cm}}{9,6\text{ cm}} & = & \dfrac{5}{12} \\ \dfrac{AC}{AE} & = & \dfrac{8\text{ cm}}{19,2\text{ cm}} & = & \dfrac{5}{12} \end{array}\right\} \text{Donc } \dfrac{AB}{AD} = \dfrac{AC}{AE}$$

   D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (BC) et (DE) sont parallèles.
3. Les droites (DE) et (CB) sont parallèles et la droite (CB) est perpendiculaire à la droite (DB).
   Or si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est aussi perpendiculaire à l'autre.
   Donc les droites (DB) et (DE) sont perpendiculaires.
4. Avant de calculer l'aire du triangle, nous allons calculer la longueur du côté $[DE]$.
   Le triangle DAE est rectangle en D d'après la question précédente.
   D'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{array}{rcl} EA^2 & = & DA^2 + DE^2 \\ (19,2\text{ cm})^2 & = & (9,6\text{ cm})^2 + DE^2 \\ 368,64\text{ cm}^2 & = & 92,16\text{ cm}^2 + DE^2 \\ DE^2 & = & 368,64\text{ cm}^2 - 92,16\text{ cm}^2 \\ DE^2 & = & 276,48\text{ cm}^2 \\ DE & = & \sqrt{276,48}\text{ cm} \end{array}$$

   Nous pouvons maintenant calculer l'aire du triangle ADE :

$$A_{ADE} = \frac{9,6\text{ cm} \times \sqrt{276,48}\text{ cm}}{2} \approx 80\text{ cm}^2$$

Exercice 4 :

Partie A :

Voici les instructions dans le bon ordre :
- Tourner à gauche de 40 degrés.
- Avancer de 30.
- Tourner à gauche de 140 degrés.

Remarque : il faudrait répéter ces 4 instructions 2 fois pour terminer le parallélogramme.

Partie B :

1. La touche espace permet de lancer le programme de l'élève B.
2. (a) Le programme de l'élève A trace la figure 1.

   (b) Le programme de l'élève B trace la figure 4.

Exercice 5 :

1. (a) Décomposons 125 en produit de facteurs premiers :

$$\begin{aligned} 125 &= 5 \times 25 \\ 125 &= 5 \times 5 \times 5 \end{aligned}$$

   Décomposons 175 en produit de facteurs premiers :

$$\begin{aligned} 175 &= 5 \times 35 \\ 125 &= 5 \times 5 \times 7 \end{aligned}$$

   (b) Les diviseurs communs à 125 et 175 sont donc :
   - 1
   - 5
   - $5 \times 5 = 25$

   (c) Pour pouvoir partager ces chocolats dans ces boîtes en respectant les conditions énoncées, il doit utiliser un nombre de boîtes qui divise 125 et 175. D'après la question précédente, les diviseurs communs à 125 et 175 sont $1; 5; 25$. Il pourra donc fabriquer au maximum 25 boîtes.

   (d) Dans une boîte il y aura $125 \div 25 = 5$ truffes parfumées au café et $175 \div 25 = 7$ truffes enrobées de noix de coco.
2. Calculons le volume d'une truffe assimilée à une boule de diamètre $1,5$ cm donc de rayon $1,5 \text{ cm} \div 2 = 0,75$ cm :

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 0,75^3 = \frac{9}{16}\pi \text{ cm}^3$$

   Calculons le volume des 12 truffes contenues dans une boîte :

$$V = \frac{9}{16}\pi \times 12 = \frac{27}{4}\pi \text{ cm}^3 \approx 21 \text{ cm}^3$$

   Calculons le volume de la boîte type A :

$$V = \frac{4,8 \text{ cm} \times 4,8 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}}{3} = 38,4 \text{ cm}^3$$

Calculons le volume non occupé par les truffes dans la boîte type A :

$$V = 38,4 \text{ cm}^3 - \frac{27}{4}\pi \text{ cm}^3 \approx 17 \text{ cm}^3$$

Cette boîte convient car le volume occupée par les truffes est supérieur au volume non occupé par les truffes ($21 \text{ cm}^3 > 17 \text{ cm}^3$).
Calculons le volume de la boîte type B :

$$V = 5 \text{ cm} \times 3,5 \text{ cm} \times 3,5 \text{ cm} = 61,25 \text{ cm}^3$$

Calculons le volume non occupé par les truffes dans la boîte type B :

$$V = 61,25 \text{ cm}^3 - \frac{27}{4}\pi \text{ cm}^3 \approx 40 \text{ cm}^3$$

Cette boîte ne convient pas car le volume occupée par les truffes est inférieur au volume non occupé par les truffes ($21 \text{ cm}^3 < 40 \text{ cm}^3$).