# Correction de l'épreuve commune de mathématiques de 4ème avril 2022

**Correction exercice 1 :**

1. Réponse C car $x \times 2 = 2x$.
2. Réponse A car $3x + 2x = (3+2)x = 5x$ .
3. Réponse C car $5x^2 + 9x + 7 - 5 - 3x^2 - 6x = (5-3)x^2 + (9-6)x + 7 - 5 = 2x^2 + 3x + 2$.
4. Réponse B car $5(3x-1) = 5 \times 3x - 5 \times 1 = 15x - 5$.
5. Réponse A car $4x - 4 \times 3 = 4 \times x - 4 \times 3 = 4 \times (x-3) = 4(x-3)$.

**Correction exercice 2 :**

1. Je calcule 10% de 80 euros :
$$\frac{10}{100} \times 80 \text{ euros} = 0,1 \times 80 \text{ euros} = 8 \text{ euros}$$
Le prix de cette imprimante a donc augmenté de 8 euros. Elle coûte désormais 80 euros + 8 euros = 88 euros.
2. Je calcule 20% de 88 euros pour déterminer son prix en 2021 :
$$\frac{20}{100} \times 88 \text{ euros} = 0,2 \times 88 \text{ euros} = 17,60 \text{ euros}$$
Elle coûte donc en 2021 : 88 euros + 17,60 euros = 105,60 euros.
Je cherche désormais si son prix a augmenté de 30 % :
$$\frac{30}{100} \times 80 \text{ euros} = 0,3 \times 80 \text{ euros} = 24 \text{ euros}$$
Le prix en 2021 serait donc de 80 euros + 24 euros = 104 euros et non de 105,60 euros si son prix avait augmenté de 30 %. L'affirmation est donc fausse.

**Correction exercice 3 :**

1. La probabilité qu'il pioche au hasard un bonbon bleu dans son paquet est $\frac{150}{500}$.
2. Je calcule 20 % de 500 :
$$\frac{20}{100} \times 500 = 0,2 \times 500 = 100$$
Il y a 100 bonbons rouges dans ce paquet.
3. La probabilité de piocher un bonbon vert est $\frac{130}{500}$.
Pour calculer la probabilité de piocher un bonbon jaune, je cherche d'abord le nombre de bonbons jaunes dans ce paquet. Il y en a $500 - 150 - 100 - 130 = 120$. La probabilité de piocher un bonbon jaune est alors $\frac{120}{500}$. Or :
$$\frac{130}{500} > \frac{120}{500}$$
Sam a donc plus de "chance" de piocher un bonbon vert.
4. Il y a $140 + 100 + 60 + 100 = 400$ bonbons au total dans le paquet d'Aïcha. La probabilité de piocher un bonbon bleu dans son sac est alors $\frac{140}{400}$. Comparons les fractions $\frac{150}{500}$ et $\frac{140}{400}$ :
   - $\frac{150}{500} = 0,3$
   - $\frac{140}{400} = 0,35$

   Comme $0,35 > 0,3$, on obtient que $\frac{140}{400} > \frac{150}{500}$. Aïcha a raison, Sam aurait plus de chance d'obtenir un bonbon bleu en piochant dans son sac.

**Correction exercice 4 :**

1. Le triangle $DAH$ est rectangle en $H$ :
D'après le théorème de Pythagore :
$$\begin{aligned} AD^2 &= AH^2 + DH^2 \\ (125 \text{ m})^2 &= AH^2 + (100 \text{ m})^2 \\ 15625 \text{ m}^2 &= AH^2 + 10000 \text{ m}^2 \\ AH^2 &= 15625 \text{ m}^2 - 10000 \text{ m}^2 \\ AH^2 &= 5625 \text{ m}^2 \\ AH &= \sqrt{5625 \text{ m}^2} \\ AH &= 75 \text{ m} \end{aligned}$$
On s'est élevé de 75 m à l'arrivée.
2. (a) Les droites $(MP)$ et $(AH)$ sont toutes les deux perpendiculaires à la droite $(DH)$. Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles. Les droites $(MP)$ et $(AH)$ sont donc parallèles.

   (b)
   - Les droites $(AD)$ et $(DH)$ sont sécantes en $A$.
   - Les droites $(MP)$ et $(AH)$ sont parallèles.

   D'après le théorème de Thalès :
$$\frac{DM}{DA} = \frac{DP}{DH} = \frac{MP}{AH}$$
$$\frac{42 \text{ m}}{125 \text{ m}} = \frac{DP}{100 \text{ m}} = \frac{MP}{75 \text{ m}}$$
$$\frac{42 \text{ m}}{125 \text{ m}} = \frac{MP}{75 \text{ m}}$$
$$MP = \frac{42 \text{ m} \times 75 \text{ m}}{125 \text{ m}}$$
$$MP = 25,2 \text{ m}$$

**Correction exercice 5 :**

1. On choisit 4 :
   - $4$
   - $4+4=8$
   - $8\times 3=24$
   - $24-1=23$
   - $23-4\times 3=23-12=11$

   Si on choisit 4 comme nombre de départ on obtient bien 11.
2. On choisit 2 :
   - $2$
   - $2+4=6$
   - $6\times 3=18$
   - $18-1=17$
   - $17-2\times 3=17-6=11$

   Si on choisit 2 comme nombre de départ on obtient également 11.
3. On choisit $-5$ :
   - $-5$
   - $-5+4=-1$
   - $-1\times 3=-3$
   - $-3-1=-4$
   - $-4-(-5)\times 3=-4-(-15)=-4+15=11$

   Si on choisit $-5$ comme nombre de départ on obtient encore 11.
4. On peut conjecturer que quelque soit le nombre de départ choisi, le résultat de ce programme de calcul est toujours 11...
5. On choisit $x$ :
   - $x$
   - $x+4$
   - $(x+4)\times 3=3(x+4)$
   - $3(x+4)-1$
   - $3(x+4)-1-3\times x=3(x+4)-1-3x$

   En choisissant $x$ comme nombre de départ on obtient l'expression $B$.
6. Simplifions l'expression $B$ :

$$\begin{aligned}B&=3(x+4)-1-3x\\B&=3\times x+3\times 4-1-3x\\B&=3x+12-1-3x\\B&=(3-3)x+12-1\\B&=0x+11\\B&=11\end{aligned}$$

   On vient de démontrer notre conjecture : quelque soit le nombre de départ choisi, le résultat de ce programme de calcul est toujours 11.

**Correction exercice 6 :**

1. Le triangle $ADB$ est rectangle en $B$
   D'après le théorème de Pythagore :

$$\begin{aligned}AD^2&=AB^2+BD^2\\(15\text{ cm})^2&=(9\text{ cm})^2+BD^2\\225\text{ cm}^2&=81\text{ cm}^2+BD^2\\BD^2&=225\text{ cm}^2-81\text{ cm}^2\\BD^2&=144\text{ cm}^2\\BD&=\sqrt{144\text{ cm}^2}\\BD&=12\text{ cm}\end{aligned}$$

2. Vérifions l'égalité de Pythagore :
   - $CD^2=(13\text{ cm})^2=169\text{ cm}^2$
   - $BD^2+BC^2=(12\text{ cm})^2+(5\text{ cm})^2=144\text{ cm}^2+25\text{ cm}^2=169\text{ cm}^2$

   Donc :

$$CD^2=BD^2+BC^2$$

   L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle $BDC$ est rectangle $B$.
3. D'après la question précédente $\widehat{DBC}=90°$. Ainsi :

$$\widehat{ABC}=\widehat{ABD}+\widehat{DBC}=90°+90°=180°$$

   Ainsi, l'angle $\widehat{ABC}$ est plat donc les points $A$, $B$ et $C$ sont alignés.
4. Vérifions l'égalité de Pythagore :
   - $AD^2=(15\text{ cm})^2=225\text{ cm}^2$
   - $AC^2+CD^2=(14\text{ cm})^2+(13\text{ cm})^2=196\text{ cm}^2+169\text{ cm}^2=365\text{ cm}^2$

   Donc :

$$AD^2\neq AC^2+CD^2$$

   L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc le triangle $ADC$ n'est pas rectangle.

**Correction exercice 7 :**

1. (a) Le volume de glace est proportionnel au volume d'eau liquide car la représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère.
   (b) Avec 6 L d'eau liquide, on obtient environ 6,5 litres de glace.
   (c) Pour obtenir 10 litres de glace, il faut mettre à geler environ 9,3 litres d'eau liquide.
2. Calculons le pourcentage d'augmentation de ce volume à l'aide d'un tableau de proportionnalité :

| | | |
|---|---|---|
| Volume d'eau liquide (en litres) | 10 | 100 |
| Volume de glace (en litres) | 10,8 | $x$ |

$$x=\frac{10,8\times 100}{10}=108$$

   Ainsi le pourcentage d'augmentation du volume lors du passage de l'état d'eau liquide à l'état de glace est de 8 %.