Correction épreuve commune de Mathématiques

Mardi 7 avril 2025

Durée de l'épreuve : 2 heures

Exercice 1

1. $AB^2 = 5^2 = 25$
   $AE^2 + EB^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$
   Donc : $AB^2 = AE^2 + EB^2$
   L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle AEB est rectangle en E.
2. Le triangle FED est rectangle en E.
   D'après le théorème de Pythagore :
   $FD^2 = FE^2 + ED^2$
   $FD^2 = 12^2 + 9^2$
   $FD^2 = 144 + 81$
   $FD^2 = 225$
   $FD = \sqrt{225}$
   $FD = 15$ cm

Exercice 2

1. Il doit fabriquer $50 \times 10 = 500$ bonbons au chocolat et $50 \times 8 = 400$ bonbons au caramel.
2. La probabilité qu'il obtienne un bonbon au chocolat est égale à $\dfrac{10}{18}$.
3. Il reste 9 bonbons au chocolat et 8 bonbon au caramel dans la boîte. La probabilité qu'il prenne un bonbon au chocolat est égale à $\dfrac{9}{17}$ et la probabilité qu'il prenne un bonbon au caramel est égale à $\dfrac{8}{17}$.
   Or, $\dfrac{9}{17} > \dfrac{8}{17}$.
   Ainsi, il est plus probable qu'il prenne un bonbon au chocolat.
4. (a) Non car 172 n'est pas divisible par 10 et 387 n'est pas divisible par 8.

   (b)

   $$\begin{aligned} 172 &= 2 \times 86 \\ 172 &= 2 \times 2 \times 43 \end{aligned}$$

   $$\begin{aligned} 387 &= 3 \times 129 \\ 387 &= 3 \times 3 \times 43 \end{aligned}$$

   (c) D'après les décompositions précédentes, le plus grand diviseurs commun à 172 et 387 est 43. Il pourra donc faire au maximum 43. Dans chaque boîte, il y aura :
   - $172 \div 43 = 4$ bonbons au chocolat ;
   - $387 \div 43 = 9$ bonbons au caramel.

Exercice 3

1. (a) La distance totale de cette étape est de 190 km.
   (b) Le cycliste a parcouru les cent premiers kilomètres en 2 heures et 30 minutes.
   (c) La distance parcourue lors de la dernière demi-heure de course est 20 km (190 km − 170 km = 20 km).
2. Les points ne sont pas alignés avec l'origine du repère, donc la distance parcourue n'est pas proportionnelle à la durée du parcours.

Exercice 4

1. Réponse C car $3x(x-5) = 3x \times x - 3x \times 5 = 3x^2 - 15x$.
2. Réponse B car $8x^2 - 4 = 4 \times 2x^2 - 4 \times 1 = 4(2x^2 - 1)$.
3. Réponse B car $8x^2 + 8 + x^2 = 9x^2 + 8$.
4. Réponse A car $4x^2 + 8x = x \times 4x + x \times 8 = x(4x + 8)$.
5. Réponse A car $4 \times (-1)^2 - 6 \times (-1) + 2 = 4 \times 1 - (-6) + 2 = 4 + 6 + 2 = 12$.

Exercice 5

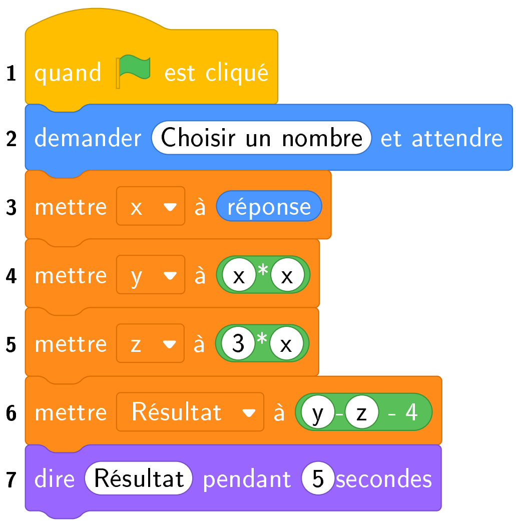
1. $EC = 393\text{ m} - 251\text{ m} = 142\text{ m}.$
2. (a) Les droites (DB) et (EC) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (AC). Elles sont donc parallèles car si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.
   (b) $D \in [AE]$
   $B \in [AC]$
   $(DB)//(EC)$
   D'après le théorème de Thalès :
$$\frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC} = \frac{DB}{EC}$$
$$\frac{51,25}{AE} = \frac{AB}{AC} = \frac{11,25}{142}$$
$$AE = \frac{51,25 \times 142}{11,25}$$
$$AE \approx 647\text{ m}$$
   Ainsi : $DE \approx 647\text{ m} - 51,25\text{ m} \approx 596\text{ m}$

Exercice 6

1. On choisit 5 comme nombre de départ :
   - 5
   - $5^2 = 25$
   - $25 - 3 \times 5 = 25 - 15 = 10$
   - $10 - 4 = 6$

   En choisissant 5 comme nombre de départ, on obtient 6.
2. Si on choisit -2 comme nombre de départ :
   - -2
   - $(-2)^2 = -2 \times (-2) = 4$
   - $4 - 3 \times (-2) = 4 - (-6) = 4 + 6 = 10$
   - $10 - 4 = 6$

   En choisissant -2 comme nombre de départ, on obtient 6.
3. On choisit x comme nombre de départ :
   - x
   - x^2
   - $x^2 - 3x$
   - $x^2 - 3x - 4$
4. Juliette a écrit le programme ci-dessous :



Exercice 7

1. Dans une heure, il y a 3 600 secondes. Dans une journée, il y a 24 h c'est à dire $24 \times 3600 = 86400$ secondes. Ainsi, 86 400 gouttes tombent dans la vasque en une journée complète.
2. Quantité d'eau en ml qui tombe dans la vasque en une journée en raison de la fuite :
$86400 \div 20 = 4320$ ml $= 4,32$ l.
Quantité d'eau en ml qui tombe dans la vasque en une journée en raison de la fuite :
$7 \times 4,32$ l $= 30,24$ l Le volume d'eau qui tombe dans la vasque en une semaine en raison de la fuite est donc de 30,24 l.
3. Le rayon intérieur de la vasque est égal à 40 cm $\div 2 = 20$ cm.
$V_{\text{vasque}} = \pi \times (20 \text{ cm})^2 \times 15 \text{ cm} = 6000\pi \text{ cm}^3 \approx 18850 \text{ cm}^3$
Or, 1 dm^3 = 1 l donc :
$V_{\text{vasque}} = 18,85 \text{ dm}^3 = 18,85$ l
4. $30,24$ l $> 18,85$ l. L'eau va donc déborder de la vasque.
5. Réduction de volume d'eau entre 2004 et 2018 :

$$165 \text{ l} - 148 \text{ l} = 17 \text{ l}$$

Pourcentage de diminution de la consommation quotidienne d'eau par habitant entre 2004 et 2018 :

$$\frac{17}{165} \times 100 \approx 10$$

Le pourcentage de diminution de la consommation quotidienne d'eau par habitant entre 2004 et 2018 est environ égal à 10 %.