

Épreuve commune de Mathématiques

Lundi 7 avril 2025

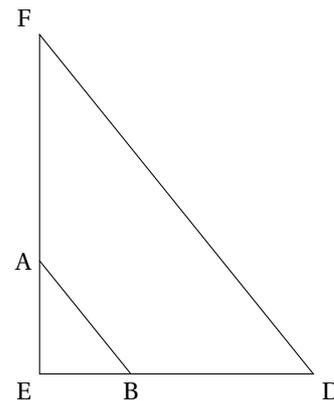
Durée de l'épreuve : 2 heures

- Le sujet comporte 5 pages. Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet et que les 5 pages sont imprimées.
- Le sujet est composé de 7 exercices indépendants les uns des autres. Vous pouvez les traiter dans l'ordre qui vous convient.
- L'épreuve est notée sur 100 points.
- Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée. Toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.
- L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1**8 points**

Sur la figure ci-contre :

- les points E, A et F sont alignés;
- les points E, B et D sont alignés;
- $AE = 4 \text{ cm}$; $EB = 3 \text{ cm}$; $AB = 5 \text{ cm}$; $EF = 12 \text{ cm}$; et $BD = 6 \text{ cm}$.



La figure n'est pas en grandeur réelle

1. Démontrer que le triangle ABE est rectangle.
2. Calculer la longueur FD.

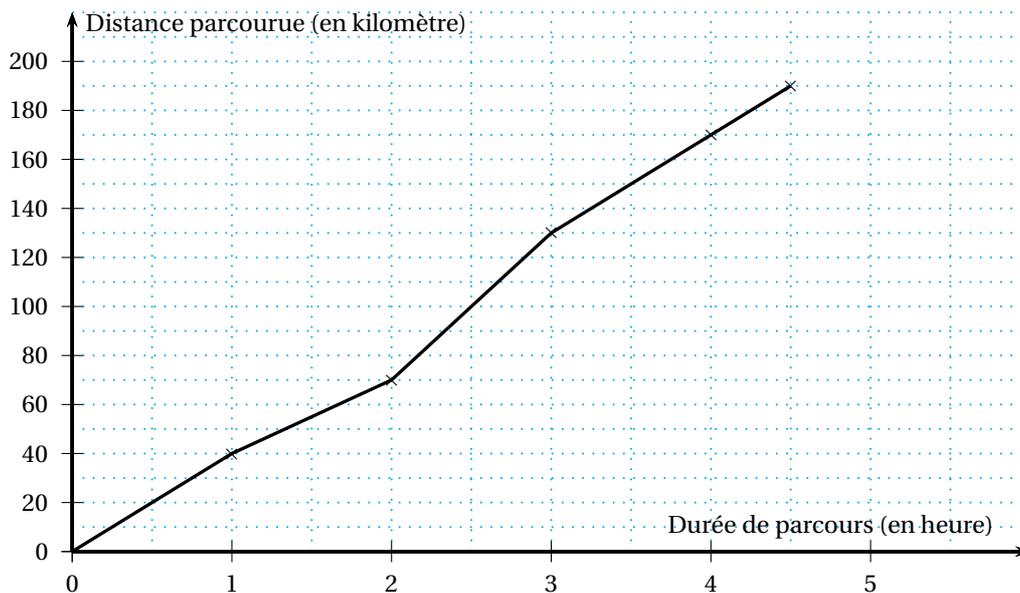
Exercice 2**20 points**

Un confiseur lance la fabrication de bonbons au chocolat et de bonbons au caramel pour remplir 50 boîtes. Chaque boîte contient 10 bonbons au chocolat et 8 bonbons au caramel.

1. Combien doit-il fabriquer de bonbons de chaque sorte?
2. Jules prend au hasard un bonbon dans une boîte. Quelle est la probabilité qu'il obtienne un bonbon au chocolat?
3. Jim ouvre une autre boîte et mange un bonbon au chocolat. Gourmand, il en prend sans regarder un deuxième. Est-il plus probable qu'il prenne alors un bonbon au chocolat ou un bonbon au caramel?
4. Lors de la fabrication, certaines étapes se passent mal et, au final, le confiseur a 172 bonbons au chocolat et 387 bonbons au caramel.
 - (a) Peut-il encore constituer des boîtes contenant 10 bonbons au chocolat et 8 bonbons au caramel en utilisant tous les bonbons? Justifier votre réponse.
 - (b) Décomposer 172 et 387 en produits de facteurs premiers.
 - (c) Le confiseur décide de changer la composition de ses boîtes. Son objectif est de faire le plus de boîtes identiques possibles en utilisant tous ses bonbons. Combien peut-il faire de boîtes? Quelle est la composition de chaque boîte?

Exercice 3**12 points**

Lors d'une étape cycliste, les distances parcourues par un cycliste ont été relevées chaque heure après le départ. Ces données sont précisées dans le graphique ci-dessous :



Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes.

Aucune justification n'est demandée.

- Quelle est la distance totale de cette étape ?
 - En combien de temps le cycliste a-t-il parcouru les cent premiers kilomètres ?
 - Quelle est la distance parcourue lors de la dernière demi-heure de course ?
- Y-a-t-il proportionnalité entre la distance parcourue et la durée de parcours de cette étape ? Justifier votre réponse et proposer une explication.

Exercice 4**15 points**

Dans ce questionnaire à choix multiples, pour chaque question, des réponses sont proposées et une seule est exacte. Pour chacune des questions, écrire le numéro de la question et la lettre de la bonne réponse.

Aucune justification n'est attendue ici.

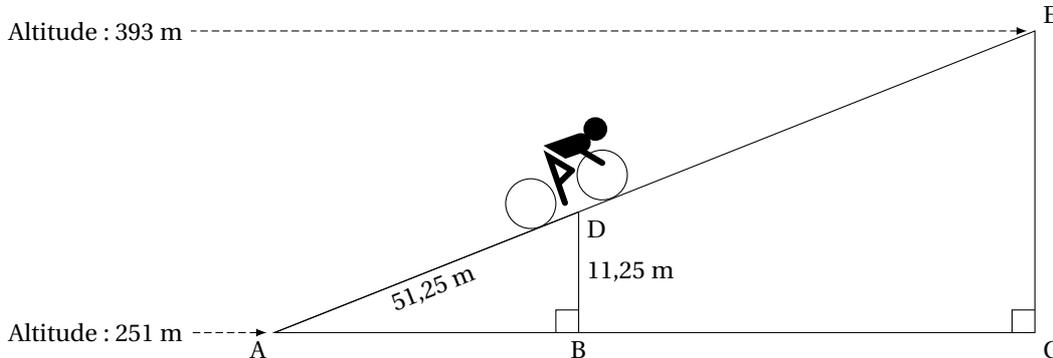
Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1. La forme développée et réduite de $3x(x-5)$ est :	$3x^2 + 15x$	$18x^2$	$3x^2 - 15x$
2. Une forme factorisée de $8x^2 - 4$ est :	$x(8x - 4)$	$4(2x^2 - 1)$	$8(x^2 - 4)$
3. La forme réduite de $8x^2 + 8 + x^2$ est :	$17x^2$	$9x^2 + 8$	$16x^2$
4. Une forme factorisée de $4x^2 + 8x$ est :	$x(4x + 8)$	$2x(2 + 4x)$	$4(x^2 + 2)$
5. Pour $x = -1$, l'expression $4x^2 - 6x + 2$ est égale à :	12	0	-8

Exercice 5**10 points**

Aurélie fait du vélo en Angleterre au col de Hardknott.

Elle est partie d'une altitude de 251 mètres et arrivera au sommet à une altitude de 393 mètres.

Sur le schéma ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, le point de départ est représenté par le point A et le sommet par le point E. Aurélie est actuellement au point D.



Les droites (AB) et (DB) sont perpendiculaires. Les droites (AC) et (CE) sont perpendiculaires. Les points A, D et E sont alignés. Les points A, B et C sont alignés.

$AD = 51,25$ m et $DB = 11,25$ m.

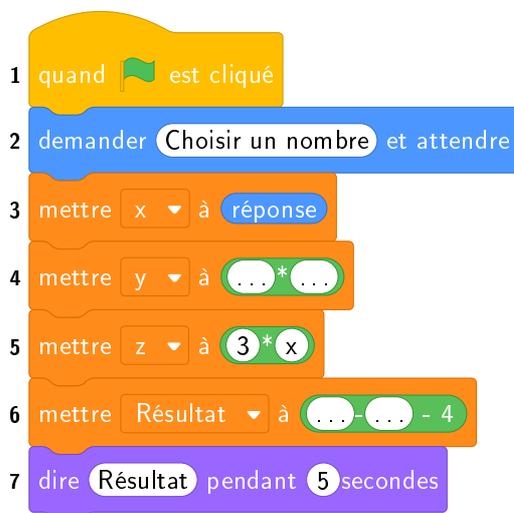
1. Justifier que le dénivelé qu'Aurélie aura effectué, c'est-à-dire la hauteur EC, est égal à 142 m.
2. (a) Prouver que les droites (DB) et (EC) sont parallèles.
(b) Montrer que la distance qu'Aurélie doit encore parcourir, c'est-à-dire la longueur DE, est d'environ 596 m.

Exercice 6**15 points**

On considère le programme de calcul ci-dessous :

- Choisir un nombre
- Mettre ce nombre au carré
- Soustraire le triple du nombre de départ
- Soustraire 4

1. Montrer que si on choisit 5 comme nombre de départ, le résultat du programme est 6.
2. Si on choisit -2 comme nombre de départ, quel résultat obtient-on ?
3. On choisit x comme nombre de départ. Exprimer le résultat du programme en fonction de x .
4. Juliette a écrit le programme ci-dessous :



Recopier et compléter sur la copie les lignes 4 et 6 du programme afin que celui-ci corresponde au programme de calcul encadré.

Exercice 7

20 points

Dans une habitation, la consommation d'eau peut être anormalement élevée lorsqu'il y a une fuite d'eau. On considère la situation suivante :

- Une salle de bain est équipée d'une vasque de forme cylindrique, comme l'illustre l'image ci-dessous.
- Le robinet fuit à raison d'une goutte par seconde.
- En moyenne, 20 gouttes d'eau correspondent à un millilitre (1 ml).



Caractéristiques de la vasque : Diamètre intérieur : 40 cm Hauteur intérieure : 15 cm Masse : 25 kg
--

Rappels :

$\text{Volume du cylindre} = \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$ $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ litre}$
--

1. En raison de la fuite, montrer qu'il tombe 86 400 gouttes dans la vasque en une journée complète.
2. Calculer, en litres, le volume d'eau qui tombe dans la vasque en une semaine en raison de la fuite.
3. Montrer que la vasque a un volume de 18,85 litres, arrondi au centilitre près.
4. L'évacuation de la vasque est fermée et le logement inoccupé pendant une semaine. L'eau va-t-elle déborder de la vasque? Justifier la réponse.
5. À la fin du XIX^e siècle, la consommation domestique d'eau par habitant en France était d'environ 17 litres par an. Elle a fortement augmenté avec la généralisation de la distribution d'eau par le robinet dans les domiciles : elle est passée à 165 litres par jour et par habitant en 2004.

En 2018, la consommation des Français baisse légèrement pour atteindre 148 litres d'eau par jour et par habitant.

Calculer le pourcentage de diminution de la consommation quotidienne d'eau par habitant entre 2004 et 2018. On arrondira ce pourcentage à l'unité.